aNALIZA MODELI GIEŁDOWYCH Z PRZEDZIAŁAMI LINIOWYMI FUNKCJAMI KOSZTÓW*

Piotr Pałka, Eugeniusz Toczyłowski, Izabela Żółtowska
Politechnika Warszawska, Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej,
ul. Nowowiejska 15/19, 00-665 Warszawa

Streszczenie

Uczestnicy giełd towarowych reprezentujący stronę podaży są na typowych giełdach często ograniczani wymaganiami dotyczącymi liniowej postaci ofert sprzedaży. Dotyczy to przypadku, gdy ich koszty produkcji można opisać krzywą wypukłą bądź wklęsłą. Korzystniejszy dla takich uczestników może być model giełdowy, na którym składają oferty przedziałami liniowe, lepiej odzwierciedlające ich koszty. W pracy są analizowane dwa modele rynkowe z ofertami przedziałami liniowymi oraz dla porównania typowy model giełdowy z ofertami liniowymi. Przeprowadzono eksperymenty symulacyjne, których celem było zbadanie, w jaki sposób poszczególne modele giełdowe stwarzają zachęty do gry uczciwej, zniechęcając do spekulacyjnej gry rynkowej.

1. Wstęp

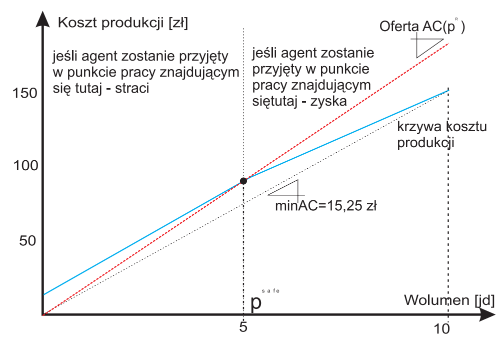
Istnieje wiele dziedzin, w których funkcja kosztu produkcji pewnych dóbr, czy usług jest krzywą przedziałami liniową, wklęsłą (usługi telekomunikacyjne) bądź wypukłą (energia elektryczna) oraz ograniczoną wielkością wolumenu maksymalnego i minimalnego produkcji. Jednocześnie na typowych giełdach brak jest mechanizmów efektywnego i sprawiedliwego bilansowania, które uwzględniają taką postać ofert. Uczestnicy rynków są zmuszeni składać odbiegające od rzeczywistych kosztów, a co za tym idzie, nieszczere oferty sprzedaży. Aby rynek giełdowy był efektywny, mechanizmy rynkowe powinny zachęcać uczestników do składania szczerych ofert, a także powinny wspomagać ich w podejmowaniu optymalnych globalnie decyzji. W pracy tej skupiamy uwagę na analizie modeli przy założeniu wklęsłej funkcji kosztów produkcji, ograniczonej jedynie od góry poprzez wolumen maksymalny produkcji. Wklęsły kształt funkcji kosztu na giełdzie z ofertami liniowymi (Toczyłowski (2003)) zmusza producenta do gry parametrami swoich ofert, ponieważ nie istnieje oferta liniowa, która odpowiada ofercie wklęsłej. Opracowano zatem modele giełdowe z przedziałami liniowymi ofertami (Pałka i in. (2005), Pałka (2005)), które stwarzają możliwości dobrego

*Praca finansowana w ramach projektu 3T11C00527

odwzorowania funkcji kosztów. Jednak nie do końca zniechęcają one do spekulacji poprzez grę ofertami. Celem tej pracy było zbadanie zachęt zarówno do gry uczciwej, jak i spekulacyjnej dla trzech różnych modeli giełdowych.

2. Metody rozliczania uczestników giełd

W przypadku przedziałami liniowej funkcji kosztu, nie istnieje taka zastępcza oferta liniowa, która dobrze odwzorowuje koszt dla dowolnej wartości wolumenu, (por. rys. 1). Lepszym rozwiązaniem dla producentów posiadających takie funkcje kosztu produkcji jest model giełdowy, na którym uczestnik składa przedziałami liniową, wklęsłą bądź wypukłą ofertę. Może on wówczas lepiej dopasować składaną ofertę do swojej funkcji kosztów produkcji. W pracy są analizowane trzy sposoby rozliczenia uczestników rynku. Wszystkie analizowane metody rozliczenia są procesami dwufazowymi, przy czym w pierwszej fazie przydzielane są punkty pracy przy maksymalizacji nadwyżki ekonomicznej, zaś w drugiej fazie wyznaczane są rynkowe ceny sprzedaży i kupna oraz koszty systemowe. Modele matematyczne bilansowania ilościowego i wartościowego są zadaniami programowania liniowego bądź programowania mieszanego.



Rysunek 1: Sposób realizacji ofert na rynku z ofertami liniowymi

Giełda z ofertami liniowymi Model tego typu giełdy jest rozważany w pracy Toczyłowskiego (2003). Uczestnik, posiadający kawałkami liniową funkcję kosztu musi dopasować swoją ofertę w najlepszy dla siebie sposób, czyli aby uzyskać jak największy dochód. Uczestnik składa pewną ofertę (por. rys. 1), która gwarantuje mu zysk wówczas, gdy zostanie przyjęty powyżej punktu p^{safe}. Jeśli zaś uczestnik ten zostanie przyjęty poniżej tego punktu, to traci. Jednak przyjmowanie zbyt bezpiecznej strategii, czyli przyjmowanie punktu p^{safe} zbyt przesuniętego w lewo, skutkuje zbyt wysoką ceną ofertową, czyli tym, iż pozostali uczestnicy złożą oferty o niższych cenach ofertowych. Wówczas dany uczestnik zostanie odrzucony.

Faza bilansowania ilościowego jest modelowana jako zadanie programowania liniowego:

$$\hat{Q} = \max_{d,p} \left[Q = \sum_{m \in B} e_m d_m - \sum_{l \in S} c_l p_l \right] \qquad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{m\in B} d_m = \sum_{l\in S} p_l \tag{2}$$
$$0 \leqslant d_m \leqslant d_m^{max}, \quad m \in B \tag{3}$$
$$0 \leqslant p_l \leqslant p_l^{max}, \quad l \in S \tag{4}$$

Oznaczenia: p_l – zmienna oznaczająca aktualny punkt pracy l-tego producenta; p_l^{max} – maksymalny wolumen produkcji oferowany przez l-tego producenta; s_l – cena ofertowa oferowana przez l-tego producenta; d_m – zmienna oznaczająca aktualny punkt pracy m-tego konsumenta; d_m^{max} – maksymalny wolumen kupna oferowany przez m-tego konsumenta; e_m – cena ofertowa oferowana przez m-tego konsumenta.

Faza bilansowania wartościowego jest także modelowana jako zadanie programowania liniowego:

$$\min\left[D^K\pi^K - D^S\pi^S\right] \tag{5}$$

przy ograniczeniach

$$Z - K = 0 \tag{6}$$
$$Z = \sum_{m\in B}\left(\pi^K d_m - R_{K,m} - R^0_{K,m}\right) \tag{7}$$
$$K = \sum_{l\in S}\left(\pi^S p_l + R_{S,l} + R^0_{S,l}\right) \tag{8}$$

$$\lambda_m^+ - \lambda_m^- = e_m - \pi^K, \quad m \in B \tag{9}$$
$$R_{K,m} = \lambda_m^- d_m, \quad m \in B \tag{10}$$
$$R^0_{K,m} = \lambda_m^+\left(d_m^{max} - d_m\right), \quad m \in B \tag{11}$$
$$\lambda_l^+ - \lambda_l^- = \pi^S - s_l, \quad l \in S \tag{12}$$
$$R_{S,l} = \lambda_l^- p_l, \quad l \in S \tag{13}$$
$$R^0_{S,l} = \lambda_l^+\left(p_l^{max} - p_l\right), \quad l \in S \tag{14}$$
$$K, Z, \pi^S, \pi^K \geqslant 0 \tag{15}$$
$$\lambda_m^+, \lambda_m^-, R^0_{K,m}, R_{K,m} \geqslant 0, \quad m \in B \tag{16}$$
$$\lambda_l^+, \lambda_l^-, R^0_{S,l}, R_{S,l} \geqslant 0, \quad l \in S \tag{17}$$

Oznaczenia: π^S – rynkowa cena sprzedaży; π^K – rynkowa cena kupna; D^K – łączny wolumen kupna; D^S – łączny wolumen sprzedaży; K – wartość sprzedaży na rynku; Z – wartość kupna na rynku; λ_l^- – niedobór cenowy l-tej oferty sprzedaży; λ_l^+ – nadwyżka cenowa l-tej oferty sprzedaży; $R_{S,l}$ – koszt wymuszonej sprzedaży oferty l; $R^0_{S,l}$ – koszt rekompensat korzyści utraconych sprzedaży oferty l; λ_m^- – niedobór cenowy m-tej oferty kupna; λ_m^+ – nadwyżka cenowa m-tej oferty kupna; $R_{K,m}$ – koszt wymuszonego zakupu dla oferty m; $R^0_{K,m}$ – koszt rekompensat utraconych korzyści zakupu dla oferty m.

Prosty model giełdowy z ofertami przedziałami liniowymi Model bilansowania została opracowany w Pałka i in. (2005) oraz Pałka (2005). Bilansowanie ilościowe giełdy jest modelowane jako zadanie programowania mieszanego ze względu na zmienne binarne v_l oraz b_l^i:

$$\hat{Q} = \max_{d,p} \left[Q = \sum_{m \in B} e_m d_m - \sum_{l \in S} K_l \right] \tag{18}$$

przy ograniczeniach:

$$\begin{aligned}
\sum_{m \in B} d_m &= \sum_{l \in S} p_l && (19)\\
0 \leqslant \quad d_m &\leqslant d_m^{max}, \quad m \in B && (20)\\
0 \leqslant \quad p_l &\leqslant p_l^{max} v_l, \quad v_l \in \{0,1\}, l \in S && (21)\\
A_l^i p_l + B_l^i v_l &\leqslant K_l + b_l^i \beta, \quad b_l^i \in \{0,1\}, l \in S, i \in I_l && (22)\\
\sum_{i \in I_l} b_l^i &\leqslant |I_l| - 1, \quad l \in S && (23)
\end{aligned}$$

Oznaczenia: v_l – zmienna binarna oznaczająca czy producent l-ty został przyjęty; K_l – zmienna oznaczająca koszt oferty w punkcie p_l dla l-tego producenta; I_l – zbiór indeksów liniowych przedziałów krzywej kosztów $K_l(p)$ kosztów producenta l-tego; A_l^i – współczynnik nachylenia i-tej liniowej części krzywej kosztów producenta l-tego; B_l^i – współczynnik przesunięcia i-tej liniowej części krzywej kosztów producenta l-tego. b_l^i – zmienna binarna odpowiedzialna za modelowanie wklęsłego kształtu oferty l-tej.

Faza bilansowania wartościowego jest prostym algorytmem, który wyznacza rynkową cenę sprzedaży jako najwyższy koszt przeciętny poszczególnych ofert sprzedaży w przyjętych punktach pracy. Rynkowa cena kupna jest wyznaczana jako najniższa cena ofertowa spośród ofert przyjętych do rozliczenia. Zauważmy, że mechanizm bilansowania jest wartościowo niezrównoważony. Istnieje możliwość, że operator rynku zyska część nadwyżki, oraz możliwość, że będzie on musiał dołożyć, aby wypłacić wszystkie wyliczone wypłaty.

Złożony model giełdowy z ofertami przedziałami liniowymi Pierwsza faza bilansowania ilościowego jest identyczna jak w powyższej opisanym modelu giełdowym. Druga faza bilansowania wartościowego jest bardziej skomplikowana, rynkowe ceny sprzedaży i kupna oraz koszty systemowe są wyznaczane w procesie minimalizacji łącznych kosztów systemowych. Ten sposób rozliczania zapewnia wypłaty kosztów systemowych dla uczestników, którzy zostali bądź odrzuceni pomimo tego, że byli konkurencyjni, bądź też zostali przyjęci do rozliczenia pomimo faktu bycia niekonkurencyjnymi. Więcej na temat kosztów systemowych w pracach Toczyłowski (2003), Pałka i in. (2005), Pałka (2005).

Faza bilansowania wartościowego jest modelowana jako zadanie programowania liniowego:

$$\min \left[D^K \pi^K - D^S \pi^S \right] \tag{24}$$

przy ograniczeniach

$$\begin{aligned}
Z - K &= 0 && (25)\\
Z &= \sum_{m\in B}\left(\pi^K d_m - R_{K,m} - R^0_{K,m}\right) && (26)\\
K &= \sum_{l\in S}\left(\pi^S p_l + R_{S,l} + R^0_{S,l}\right) && (27)\\
\lambda^+_m - \lambda^-_m &= e_m - \pi^K, \quad m\in B && (28)\\
R_{K,m} &= \lambda^-_m d_m, \quad m\in B && (29)\\
R^0_{K,m} &= \lambda^+\left(d^{max}_m - d_m\right), \quad m\in B && (30)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{S,l} &\geqslant K_l - \pi^S p_l, \quad l\in S && (31)\\
R^0_{S,l} &= \frac{1}{|I^{PR}_l|}\sum_{j\in I^{PR}_l} r^0_{l,j}, \quad l\in S && (32)\\
r^0_{l,j} &\geqslant (1-v_l)(\pi^S p^j_l - K(p^j_l)), && (33)\\
& \qquad l\in S, j\in I^{PR}_l, p^j_l\in[0,p^{max}_l] &&\\
r^0_{l,j} &= 0, \quad l\in S, j\in I^{PR}_l, p^j_l\notin[0,p^{max}_l] && (34)\\
K, Z, \pi^S, \pi^K &\geqslant 0 && (35)\\
\lambda^+_m, \lambda^-_m, R^0_{K,m}, R_{K,m} &\geqslant 0, \quad m\in B && (36)\\
R^0_{S,l}, R_{S,l} &\geqslant 0, \quad l\in S && (37)\\
r^0_{l,j} &\geqslant 0, \quad l\in S, j\in I^{PR}_l && (38)
\end{aligned}$$

Oznaczenia: p^j_l – j-ty punkt w którym obliczamy wartość nadwyżki rynkowego kosztu sprzedaży nad koszt ofertowy dla oferty l-tej; I^{PR}_l – zbiór punktów w których obliczamy nadwyżkę dla oferty l-tej; $r^0_{l,j}$ – wartość dodatniej nadwyżki rynkowego kosztu sprzedaży nad koszt ofertowy dla oferty l-tej, w punkcie p^j_l;

3. Strategie rynkowe i metody ich wyboru

Uczestnik giełdy jest dalej nazywany **agentem**. Każdy z agentów ma dostęp do kilku strategii gry, przy czym gra jest iteracyjna. Każdy agent stara się maksymalizować własne sumaryczne korzyści uzyskane w wieloetapowej grze rynkowej. Zakładamy istnienie dwóch rodzajów agentów: zwykłych i poinformowanych. Podział ten determinuje sposób wyboru przez nich strategii.

Agent zwykły Agent zwykły nie ma dostępu do żadnej informacji na temat sposobu rozliczania, popytu, strategii innych graczy, ani ich ofert. Może on jedynie przewidywać sytuację rynkową na podstawie gromadzonych informacji historycznych. Stosuje on prostą metodę wyboru właściwej strategii, polegającą na losowaniu, przy czym strategie, które przyniosły większy zysk w poprzednich etapach, posiadają większe prawdopodobieństwo wylosowania.

Agent poinformowany Agent poinformowany posiada dostęp do informacji rynkowej na temat sposobu rozliczenia, zna wielkość popytu, zna strategie przeciwników oraz ich oferty. Posiada dostęp jedynie do strategii dedykowanych dla gracza w pełni poinformowanego oraz do strategii uczciwej. Wybór strategii polega na wyborze optymalnej ze względu na wielkość otrzymanego przez niego dochodu.

Rozważane modele giełdowe nie gwarantują pełnych zachęt do składania szczerych ofert. Uczestnicy mogą składać oferty spekulacyjne, nastawione na zagarnięcie jak największej części nadwyżki rynkowej. Spekulacja ofertami powoduje, że dystrybucja nadwyzki rynkowej może dyskryminować wytwórców konkurencyjnych. Ponadto rynek staje się nieefektywny, gdyż maksymalizowana na rynku nadwyżka rynkowa może nie odzwierciedlać wysokości dobrobytu ekonomicznego.

Przedstawione poniżej strategie są używane przez agentów w celu uzyskania jak największej części nadwyżki rynkowej. Nie wszystkie rozważane strategie są racjonalne. Część strategii została zaczerpnięta z prac Bower i Buhn (2001), Aririau i in. (2005).

Strategie dla rynku z ofertami kawałkami liniowymi

Strategie ogólnodostępne Strategia 0 – szczera: agent składa ofertę szczerą. Strategia 1 – spekulacyjna: jeżeli agent został odrzucony w poprzednim etapie -– obniża ofertę o ΔY; w przeciwnym przypadku, z prawdopodobieństwem P podnosi ofertę o w ΔY. Strategia 2 – spekulacyjna: jeżeli agent został przyjęty w poprzednim etapie — z prawdopodobieństwem P łamie ofertę w górę o kąt $\Delta\alpha$; w przeciwnym przypadku, z prawdopodobieństwem P przypadku łamie ofertę w dół o kąt $\Delta\alpha$. Strategia 3 – nieracjonalna: jeżeli agent został przyjęty w poprzednim etapie -– z prawdopodobieństwem P przesuwa wolumen produkcji maksymalnej oferty w prawo o ΔY; w przeciwnym przypadku, z prawdopodobieństwem P obniża ofertę o ΔY. Strategia 4 – nieracjonalna: jeżeli agent został przyjęty w poprzednim etapie — z prawdopodobieństwem P przesuwa ofertę w lewo o ΔX; w przeciwnym przypadku, z prawdopodobieństwem P obniża ofertę o ΔY. Strategia 5 -– spekulacyjna: agent usiłuje dopasować swoją ofertę do aktualnej sytuacji, informacje o stanie na rynku stara się uzyskać poprzez uśrednienie informacji z k poprzednich etapów. Stara się złożyć ofertę taką, aby otrzymać rekompensatę (zmodyfikowana strategia Fictitious Play z pracy Aririau i in. (2005)). Strategia 6 - spekulacyjna: agent usiłuje dopasować swoją ofertę do aktualnej sytuacji, informacje o stanie na rynku stara się uzyskać poprzez uśrednienie informacji z k poprzednich etapów. Przy czym, jeżeli został przyjęty w poprzednim etapie, z prawdopodobieństwem P składa taką ofertę podniesioną do góry; jeżeli został odrzucony w poprzednim etapie, z prawdopodobieństwem P składa taką ofertę opuszczoną w dół (zmodyfikowana strategia Fictitious Play z pracy Aririau i in. (2005)).

Strategie dla agenta poinformowanego Strategia 7: agent składa ofertę o cenie ofertowej równej cenie ofertowej najtańszej oferty kupna oraz o wolumenie równym różnicy pomiędzy całkowitym wolumenem ofert kupna i całkowitym wolumenem pozostałych ofert sprzedaży. Strategia 8: agent składa ofertę o cenie ofertowej równej cenie ofertowej najtańszej oferty kupna. Strategia 9: agent składa ofertę ostatniego przyjętego agenta, obniżoną o wartość ΔY. W ten sposób chce „odebrać" temu agentowi szansę na rozliczenie. Strategia 10: agent przeprowadza symulację rozliczenia rynku z wyłączeniem siebie, a następnie przyjmuje ofertę agenta, który został przyjęty po najwyższej cenie przeciętnej. W ten sposób chce „odebrać" temu agentowi szansę na rozliczenie.

Strategie dla rynku z ofertami liniowymi

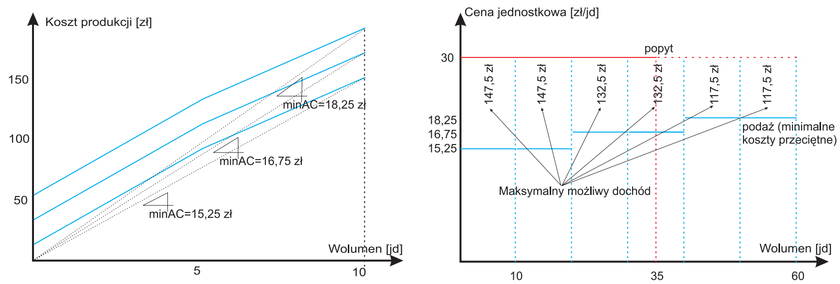
Strategie ogólnodostępne Strategia 0: agent składa ofertę o cenie ofertowej sprzedaży równej minimalnemu kosztowi przeciętnemu: $\min_{p \leqslant p^{max}} AC(p)$. Strategia 1: jeżeli agent został odrzucony w poprzednim etapie — obniża cenę ofertową o Δs; w przeciwnym przypadku, z prawdopodobieństwem P, podnosi cenę ofertową o Δs. Strategia 2: agent zmniejsza lub zwiększa (w zależności od losowania) wolumen maksymalny swojej oferty o wartość ΔX. Strategia 3: agent losuje punkt p^r z przedziału $[0, p^{max}]$, składa ofertę o cenie ofertowej równej kosztowi przeciętnemu w punkcie p^r: $AC(p^r)$.

Dodatkowe strategie agenta o pełnej informacji Strategia 4: agent składa ofertę o cenie ofertowej równej cenie ofertowej najtańszej oferty kupna oraz o wolumenie równym różnicy pomiędzy całkowitym wolumenem ofert kupna i całkowitym wolumenem pozostałych ofert sprzedaży. Strategia 5: agent składa ofertę o cenie ofertowej równej cenie ofertowej najtańszej oferty kupna. Strategia 6: agent składa ofertę o cenie ofertowej równej cenie ofertowej ostatniego przyjętego agenta, obniżoną o wartość ΔY. W ten sposób agent chce „odebrać" temu agentowi szansę na rozliczenie. Strategia 7: agent przeprowadza symulację rozliczenia rynku z wyłączeniem siebie, a następnie przyjmuje ofertę agenta, który został przyjęty po najwyższej cenie przeciętnej. W ten sposób chce „odebrać" temu agentowi szansę na rozliczenie.

4. Eksperymenty symulacyjne

Eksperyment służył porównaniu wpływu wyboru modelu giełdowego na strategie stosowane przez agentów oraz ocenie zachęt do stosowania szczerych bądź spekulacyjnych strategii przez agentów, jakie wywierają na nich różne mechanizmy rynkowe. Rozpatrzmy prostą sytuację rynkową, w której uczestniczą trzy grupy producentów: grupa o niskich stałych kosztach produkcji, grupa o średnich stałych kosztach produkcji oraz grupa o wysokich stałych kosztach produkcji. Żaden z producentów należący do tych grup nie posiada siły rynkowej. Zakładamy sztywny popyt.

Sytuacja na rynku Dla ustalenia uwagi przyjmujemy następującą sytuację rynkową: istnieje jeden konsument o cenie ofertowej równej $e_m = 30$[zł/jd] oraz o wolumenie kupna równym $d_m^{max} = 35$[jd]. Konsument ten nie jest zainteresowany graniem swoją ofertą, więc jego oferta nie będzie zmieniać się w trakcie trwania rozgrywki. Istnieją trzy grupy producentów, do każdej należy po dwóch producentów. Każdy z producentów posiada wolumen produkcji równy $p_l^{max} = 10$[jd]. Wartość kosztu przeciętnego dla wolumenów maksymalnych produkcji zależy od tego, do której grupy producentów należy dany producent. Tak więc w pierwszej grupie producentów „tanich" koszt przeciętny wynosi $AC_{cheap}(p_l^{max}) = 15,25$[zł/jd]; w drugiej grupie producentów „średnich" koszt przeciętny wynosi $AC_{medium}(p_l^{max}) = 16,75$[zł/jd]; zaś w najdroższej grupie producentów koszt przeciętny dla maksymalnego poziomu produkcji wynosi $AC_{expensive}(p_l^{max}) = 18,25$[zł/jd] (por. rys. 2a). Przedstawione powyżej koszty przeciętne są również minimalnymi kosztami przeciętnymi dla każdej z grup.



(a) Koszty produkcji

(b) Krzywa popytu-podaży (podaż skonstruowana dla minimalnych kosztów przeciętnych)

Rysunek 2: Ilustracja badanej sytuacji rynkowej – 3 grupy producentów

Krzywa przedstawiona na rysunku 2b jest przybliżeniem krzywej popytu-podaży, gdyż krzywa podaży jest skonstruowana z minimalnych przeciętnych kosztów produkcji każdego producenta. Na rysunku jest zaznaczony również maksymalny dochód możliwy do osiągnięcia przez każdego agenta. Oczywiście dochód osiągany najczęściej jest mniejszy, gdyż agenci ze sobą konkurują. Ponadto dochód maksymalny jest możliwy do osiągnięcia jedynie wtedy, gdy agent zostanie przyjęty w punkcie p_l^{max}.

Analiza wyników W tabeli 1 znajdują się wyniki eksperymentu. Staraliśmy się ocenić stopień w jakim dany model giełdowy zachęca agentów do stosowania strategii szczerych. W kolumnie drugiej jest przedstawiona procentowa ilość zastosowanych strategii **uczciwych** w odniesieniu do wszystkich strategii. Dla giełdy z ofertami przedziałami liniowymi, strategią uczciwą jest strategia szczera, zaś dla giełdy z ofertami liniowymi nie istnieje strategia szczera, dlatego za strategię uczciwą została tutaj przyjęta strategia numer 0, gdyż nie stara się ona podnosić ceny ofertowej. Największy udział strategii uczciwych zauważamy dla złożonego rynku z ofertami przedziałami liniowymi, zaś najmniejszy, dla rynku z ofertami liniowymi. Spójrzmy na kolumnę pierwszą tabeli 1. Zawarte w niej liczby oznaczają procentowy udział sytuacji dla których rynkowa cena sprzedaży π^S będzie zawarta w przedziale: $(\pi^S_{honest} - \Delta\pi^S, \pi^S_{honest} + \Delta\pi^S)$, przy czym π^S_{honest} oznacza rynkową cenę sprzedaży jaka ustaliła się w rozliczeniu przy strategiach uczciwych, zaś $\Delta\pi^S$ oznacza pewien niewielki margines zakłóceń. Zauważmy, że największy udział procentowy dla tego parametru występuje dla złożonego modelu giełdowego z ofertami przedziałami liniowymi, zaś najmniejszy dla modelu z ofertami liniowymi. Wyniki te pokazują, że w uzyskanych eksperymentach model ZPL bardziej zachęca do stosowania strategii szczerych. Cena sprzedaży jaka kształtuje się na rynku, odzwierciedla fakt, jak zachowywali się agenci marginalni. Jeśli agenci marginalni stosują w większym procencie przypadków strategię uczciwą, wówczas rynkowa cena sprzedaży częściej kształtuje się na poziomie $\pi^S_{honest} \pm \Delta\pi^S$.

	$\pi^S = \pi^S_{honest} \pm \Delta\pi^S$	Ilość strategii uczciwych
RL	12%	13%
PPL	39%	19%
ZPL	45%	20%

Tabela 1: Udział poszczególnych wskaźników w rozgrywce. Oznaczenia: RL - rynek z ofertami liniowymi; PPL - prosty rynek z ofertami przedziałami liniowymi; ZPL - złożony rynek z ofertami przedziałami liniowymi

Ujawnianie informacji wybranym agentom Zbadamy teraz przypadek asymetrii informacyjnej po wprowadzeniu agenta w pełni poinformowanego. Przypomnijmy, że żaden z agentów nie posiada siły rynkowej. Wyniki symulacji znajdują się w tabeli 2.

	$\pi^S = \pi^S_{honest} \pm \Delta\pi^S$	Ilość strategii uczciwych
EqP	45%	20%
InC	15%	28%
InM	62%	19%
InE	56%	12%

Tabela 2: Udział poszczególnych wskaźników w rozgrywce. Oznaczenia: EqP - brak informacji; InC - agent najtańszy posiada informację; InM - gracz średni posiada informację; InE - gracz najdroższy posiada informację

Zauważmy, że dla sytuacji, gdy w rozgrywce uczestniczy agent poinformowany, stosowanie strategii uczciwych wzrosło tylko dla przypadku gdy agentem poinformowanym jest agent najtańszy. Równocześnie ilość sytuacji, gdy przy strategiach szczerych cena rynkowa jest równa cenie rynkowej, spadła trzykrotnie. Można to wytłumaczyć następująco: agent poinformowany, mimo że nie posiada siły rynkowej, może w pewnych sytuacjach podnieść cenę sprzedaży na wyższy poziom na pewien czas. Pozostali agenci, których oferty są przyjmowane do rozliczenia, nie muszą już rywalizować o wyższe ceny, więc stosują strategie dowolne, między innymi strategię szczerą.

W pozostałych sytuacjach, gdy informację rynkową posiadają agenci o średnich kosztach lub najdroższy, sytuacja jest inna: ilość strategii szczerych spada, zaś ilość sytuacji gdy cena rynkowa jest równa cenie rynkowej "uczciwej" wzrasta. Można to wytłumaczyć w następujący sposób: agenci bez informacji usiłują spekulować, lecz agent poinformowany, chcąc zostać przyjętym do rozliczenia, składa niższą ofertę sprzedaży, niż pozostali agenci (którzy złożyli droższe oferty spekulacyjne). W ten sposób, agent poinformowany zostaje często przyjęty do rozliczenia po cenie zbliżonej do ceny "uczciwej".

5. Podsumowanie

Powyższe eksperymenty symulacyjne nie dają nam jeszcze pełnej odpowiedzi na pytanie, czy i który z badanych modeli giełdowych dysponuje wystarczającymi zachętami do stosowania ofert uczciwych. Niemniej analiza powyższych eksperymentów daje nam podstawy do dalszych badań nad tematyką rozwijania mechanizmów zachęcających do gry niespekulacyjnej. Przedstawione eksperymenty pokazują, że w opisanej sytuacji rynkowej złożony model giełdowy z ofertami przedziałami liniowymi, w porównaniu z pozostałymi modelami, wnosi najwięcej zachęt do stosowania strategii uczciwych. W dalszych badaniach zamierzamy przeanalizować różnorodne sytuacje rynkowe zbliżone do bardziej realistycznych zastosowań w energetyce oraz teleinformatyce, w tym wpływ awersji agentów do ryzyka na zachęty do stosowania strategii uczciwych.

Literatura

[1] Airiau S., Sen S., Saha S. (2005) Evolutionary tournament-based comparision of learning and non-learning strategies for iterated games

[2] Begg D., Fisher S., Dornbush R. (1997) *Mikroekonomia* Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne S.A., Warszawa

[3] Bower J., Buhn D. (2001) Experimental analysis of the efficiency of uniform-price versus disriminatory auction in the England and Wales electricity market *Journal of Economic Dynamic and Control* 25:561-592

[4] Pałka P. (2005) System bilansowania ofert przy wypukłych i wklęsłych funkcjach kosztów Praca magisterska, Politechnika Warszawska

[5] Pałka P., Toczyłowski E., Żółtowska I. (2005) Mechanizmy bilansowania ofert na lokalnym rynku energii przy wypukłych funkcjach kosztów materiały XV Krajowej Konferencji Automatyki, Warszawa

[6] Toczyłowski E. (2003) *Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach* Akademicka Oficyna wydawnicza EXIT

[7] Von Neumann J., Morgenstern O. (1947) *Theory of Games and Economic Behavior* Princeton University Press, Princeton N.J.