

# Efektywność obliczeniowa agregacji ofert przy alokacji zasobów sieciowych

W pracy zbadano wpływ agregacji ofert na efektywność obliczeniową mechanizmów alokacji przepustowości opartych na modelu obrotu wielotowarowego. Rozważono dwa mechanizmy różniące się założeniem dotyczącym podzielności zasobów sieciowych: jeden traktujący przepustowość jako towar całkowicie podzielny, drugi przyjmujący dla każdego zasobu sieciowego niepodzielną jednostkę alokacji przepustowości. W oparciu o te mechanizmy opracowano dwa modele wykorzystujące agregację ofert. Efektywność zastosowania agregacji przeanalizowano rozwiązując kilka problemów alokacji przepustowości różniących się rozmiarem sieci i liczbą ofert.

## 1. Wstęp

Przepustowość łączy telekomunikacyjnych coraz częściej stanowi przedmiot transakcji, którym zainteresowane podmioty chciałyby móc handlować podobnie jak takimi towarami jak gaz czy energia elektryczna [2]. Wraz ze wzrostem liczby takich podmiotów, potrzeba opracowania mechanizmów wymiany bardziej efektywnych, niż obecnie najbardziej popularne kontrakty bilateralne, staje się coraz większa. Takie mechanizmy opierają się przeważnie na różnego rodzaju aukcjach lub mechanizmach giełdowych, które w celu pełnego zbilansowania rynku powinny definiować dwie reguły: alokacji i wypłaty. Reguła alokacji określa, które oferty zostaną przyjęte i ewentualnie w jakim stopniu zostaną one zrealizowane (jeżeli dopuszczana jest częściowa realizacja oferty). Reguła wypłaty przydziela każdemu uczestnikowi część nadwyżki rynkowej, wyznaczając przychód każdego sprzedającego oraz opłatę jaką musi uiścić każdy nabywca. W tej pracy rozważać będziemy jedynie reguły alokacji mechanizmów opartych na modelu obrotu wielotowarowego [11].

Z regułą alokacji ściśle związane są różnego rodzaju wymagania uczestników rynku, które powinny zostać uwzględnione przez mechanizm rynkowy. W przypadku rynku przepustowości istotnym wymaganiem jest możliwość nabywania przepustowości pomiędzy dowolnymi dwoma węzłami sieci telekomunikacyjnej. To wymaganie jest inaczej realizowane przez poszczególne mechanizmy. Mechanizmy MIDAS [1] i c-SeBiDA [3] pozwalają złożyć ofertę kupna dotyczącą wiązki łączy stanowiących ścieżkę pomiędzy wybranymi węzłami. Uczestnik rynku ma gwarancję, że otrzyma taką samą ilość przepustowości na każdym łączu wchodzącym w skład wiązki. Mechanizm NSP [4] rozszerza taką ofertę kupna o możliwość wyspecyfikowania kilku ścieżek (wiązek łączy) łączących wybrane węzły. Reguła alokacji tego mechanizmu umożliwia zatem realizację danej oferty kupna poprzez kilka z predefiniowanych ścieżek, zapewniając przy tym, że w sumie uczestnik otrzyma nie więcej przepustowości niż zadeklarował on w swojej ofercie. Jeszcze ogólniejsza forma specyfikacji zapotrzebowania przepustowości pomiędzy węzłami jest stosowana w dwóch mechanizmach opartych na modelu obrotu wielotowarowego: BCBT [10], BCBT-I [6]. W obu tych mechanizmach uczestnik chcący nabyć przepustowość pomiędzy dwoma węzłami, wskazuje jedynie te dwa węzły, składając ofertę na towar będący zapotrzebowaniem pomiędzy danymi węzłami. Reguła alokacji przydziela uczestnikowi przepustowość na odpowiednich łączach. Uczestnik jest zwolniony z obowiązku określania zbioru możliwych ścieżek, jak ma to miejsce w przypadku wcześniej wymienionych mechanizmów. Różnica pomiędzy mechanizmami BCBT i BCBT-I polega na innym podejściu do kwestii podzielności zasobów sieciowych: pierwszy z tych mechanizmów traktuje przepustowość

jako towar całkowicie podzielny (podobnie jak mechanizm NSP), zaś drugi zakłada, iż zasoby sieciowe składają się z niepodzielnych modułów o określonym rozmiarze (tak jak ma to miejsce w przypadku mechanizmów MIDAS i c-SeBiDA).

Mechanizmy BCBT oraz BCBT-I wyznaczają nie tylko sposób realizacji poszczególnych zapotrzebowań, określając na których łączach dany nabywca pozyskał przepustowość. Zdefiniowane przez nie reguły alokacji dostarczają również informacji o tym, które oferty kupna są realizowane przez dane oferty sprzedaży. Dzięki temu operator rynku otrzymuje pewne skojarzenie ofert sprzedaży i kupna, które może wykorzystać podczas rozliczania się z uczestnikami rynku. Uzyskanie tego rodzaju informacji jest możliwe, dlatego iż każda oferta dotyczy innego towaru – nawet w przypadku dwóch ofert sprzedaży dotyczących łącza pomiędzy tymi samymi węzłami. Mechanizmy BCBT oraz BCBT-I reprezentują strukturę zasobów sieciowych poprzez multigraf. Pozostałe wcześniej wymienione mechanizmy nie określają tego typu skojarzenia między ofertami kupna i sprzedaży.

Mechanizmy oparte na modelu obrotu wielotowarowego pozwalają zatem uczestnikom rynku elastycznie specyfikować zapotrzebowanie między węzłami, a jednocześnie reguła alokacji przez nie definiowana pozwala dokładnie określić, z którymi ofertami sprzedaży skojarzona jest dana oferta kupna. Tak złożony mechanizm może mieć jednak trudności z odpowiednio szybkim wyznaczeniem optymalnej alokacji, zwłaszcza jeżeli liczba ofert składanych na te same łącza bądź zapotrzebowania będzie duża. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu jest agregacja ofert dotyczących tego samego łącza lub zapotrzebowania. W [8] został przedstawiony model BACBR, który stanowi rozszerzenie modelu BCBT o agregację ofert. W tej pracy zaprezentowany zostanie model BACBR-I, w którym zastosowano agregację ofert dotyczących niepodzielnych zasobów sieciowych. Ten model można traktować jako pewne rozszerzenie modelu BCBT-I. Mechanizmy agregujące oferty definiują kompletną regułę alokacji, tzn. określają, które oferty zostały przyjęte. W przeciwieństwie jednak do mechanizmów podstawowych BCBT i BCBT-I nie dostarczają one informacji o tym, które łącza zostały wybrane w celu realizacji danej oferty kupna. Aby taką informację uzyskać, konieczne jest rozwiązanie zadania dezagregacji, które jest rozważane w pracy [8].

Zbadanie wpływu agregacji na efektywność obliczeniową obu mechanizmów opartych na modelu obrotu wielotowarowego jest głównym celem niniejszego artykułu. W następnym rozdziale zostały zaprezentowane modele agregujące oferty: BACBR oraz BACBR-I. W rozdziale 3 znajduje się porównanie efektywności obliczeniowej tych modeli z modelami podstawowymi BCBT oraz BCBT-I. W ostatnim rozdziale dokonano podsumowania przeprowadzonych badań.

## 2. Mechanizmy wykorzystujące agregację ofert

Mechanizm BACBR, opisany dokładnie w [8] rozszerza model BCBT o możliwość agregacji ofert złożonych na łącze lub zapotrzebowanie dotyczące tej samej pary węzłów. Reguła alokacji tego mechanizmu może zostać sformułowana w postaci zadania programowania liniowego, w którym użyte są następujące oznaczenia:

### Zbiory:

$\mathcal{V}$  - zbiór węzłów sieci telekomunikacyjnej,

$\mathcal{E}$  - zbiór łączy sieci telekomunikacyjnej,

$\mathcal{D}$  - zbiór wszystkich zapotrzebowań na połączenia pomiędzy węzłami sieci,

$\mathcal{B}$  - zbiór ofert kupna,

$\mathcal{S}$  - zbiór ofert sprzedaży,

$\mathcal{B}(d)$ - zbiór ofert kupna dotyczących zapotrzebowania  $d$ ,  $\mathcal{B}(d) \subseteq \mathcal{B}$ ,

$\mathcal{S}(e)$ - zbiór ofert sprzedaży dotyczących łącza  $e$ ,  $\mathcal{S}(e) \subseteq \mathcal{S}$ ,

### Parametry:

$d_m^{\max}$  - maksymalna ilość przepustowości zapotrzebowania jaka może zostać nabyta w ramach  $m$ -tej oferty kupna,

$E_m$  - cena ofertowa  $m$ -tej oferty kupna,

$p_l^{\max}$  - maksymalna ilość przepustowości łącza jaka może zostać sprzedana w ramach  $l$ -tej oferty sprzedaży,

$S_l$  - cena ofertowa  $l$ -tej oferty sprzedaży,

$a_{ve}$  - = 1 jeśli  $v$  jest węzłem źródłowym dla łuku  $e \in \mathcal{E}$ , -1 jeśli  $v$  jest węzłem końcowym; 0 w przeciwnym przypadku,

$s_d$  - węzeł źródłowy zapotrzebowania  $d \in \mathcal{D}$ ,

$t_d$  - węzeł docelowy zapotrzebowania  $d \in \mathcal{D}$ .

### Zmienne decyzyjne:

$x_{ed}$  - ilość przepustowości łącza  $e$  alokowana do realizacji zapotrzebowania  $d$ ,

$d_m$  - realizacja  $m$ -tej oferty kupna,

$p_l$  - realizacja  $l$ -tej oferty sprzedaży.

Model BACBR przydziela przepustowość tak, aby uzyskać jak największą nadwyżkę rynkową (dobrobyt ekonomiczny). Stąd funkcja celu ma następującą postać:

$$\hat{Q} = \max \left( \sum_{m \in \mathcal{B}} E_m d_m - \sum_{l \in \mathcal{S}} S_l p_l \right) \quad (1)$$

Ograniczenia występujące w zadaniu programowania liniowego są następujące:

$$0 \leq p_l \leq p_l^{\max}, \quad \forall l \in \mathcal{S} \quad (2)$$

$$0 \leq d_m \leq d_m^{\max}, \quad \forall m \in \mathcal{B} \quad (3)$$

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} x_{ed} \leq \sum_{l \in \mathcal{S}(e)} p_l, \quad \forall e \in \mathcal{E} \quad (4)$$

$$0 \leq x_{ed}, \quad \forall e \in \mathcal{E}, \forall d \in \mathcal{D} \quad (5)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} a_{ve} x_{ed} = \begin{cases} \sum_{m \in \mathcal{B}(d)} d_m & v = s_d \\ 0 & v \neq s_d, t_d, \forall v \in \mathcal{V}, d \in \mathcal{D} \\ -\sum_{m \in \mathcal{B}(d)} d_m & v = t_d \end{cases} \quad (6)$$

Model BACBR agreguje oferty dotyczące tego samego łącza  $e$  lub zapotrzebowania  $d$  w ramach zbiorów ofert  $\mathcal{S}(e)$  i  $\mathcal{B}(d)$ . Ograniczenie (4) zapewnia, że sumaryczna ilość przepustowości łącza  $e$  alokowana do realizacji wszystkich zapotrzebowań  $d$  nie przekroczy sumarycznej realizacji wszystkich ofert dotyczących tego łącza. Ograniczenie (6) wymusza, aby w wyniku alokacji sumaryczna przepustowość łącza przydzielona do realizacji ofert kupna związanych z danym zapotrzebowaniem spełniała wymagania przepływu w każdym węźle sieci. Ograniczenie (5) gwarantuje nieujemną wartość przepustowości łącza przydzielonej do danego zapotrzebowania. Pozostałe dwa ograniczenia (2) i (3) specyfikują dopuszczalne wielkości realizacji ofert.

Wyznaczone przez mechanizm BACBR wielkości  $p_l$  i  $d_m$  wskazują, które oferty (i w jakim stopniu) zostały przyjęte. Wartości zmiennych  $x_{ed}$  informują, poprzez które łącza realizowane jest dane zapotrzebowanie. Mechanizm jednak nie określa, jak konkretne oferty sprzedaży ze zbioru  $\mathcal{S}(e)$  są przydzielane do ofert kupna ze zbioru  $\mathcal{B}(d)$ .

Regułę alokacji mechanizmu BACBR-I wykorzystującego agregację ofert dla niepodzielnych zasobów sieci można przedstawić w postaci zadania programowania mieszanego. Stosowny model można uzyskać odpowiednio modyfikując model alokacji mechanizmu BACBR. Zdefiniujmy dodatkowe parametry  $M_e$  i  $M_d$  określające wielkość niepodzielnej jednostki przepustowości odpowiednio

łącza  $e$  i zapotrzebowania  $d$ . Wprowadźmy także zmienne  $z_l$  i  $z_m$  oznaczające odpowiednio liczbę niepodzielnych jednostek przepustowości łącza przydzielonych do oferty  $l$  i liczbę niepodzielnych jednostek przepustowości zapotrzebowania przydzielonych do oferty  $m$ . Dodając następujące ograniczenia do wyżej omówionego zadania programowania liniowego otrzymany regułę alokacji dla mechanizmu BACBR-I:

$$p_l = M_e z_l, \quad \forall e \in \mathcal{E}, l \in \mathcal{S}(e) \quad (7)$$

$$d_m = M_d z_m, \quad \forall d \in \mathcal{D}, m \in \mathcal{B}(d) \quad (8)$$

$$z_l, z_m \in \mathbb{Z}, \quad \forall l \in \mathcal{S}, \forall m \in \mathcal{B} \quad (9)$$

gdzie  $\mathbb{Z}$  oznacza zbiór liczb całkowitych.

Powstałe w ten sposób zadanie programowania mieszanego można jednak uprościć eliminując zmienne  $p_l$  i  $d_m$ . Oznaczmy przez  $e(l)$  łącze, z którym związana jest  $l$ -ta oferta sprzedaży oraz przez  $d(m)$  zapotrzebowanie, na które została złożona  $m$ -ta oferta kupna. Zauważmy, że dla ograniczenia (2) zachodzi następująca równoważność:

$$\left( 0 \leq p_l \leq p_l^{max}, \forall l \in \mathcal{S} \right) \Leftrightarrow \left( 0 \leq M_{e(l)} z_l \leq p_l^{max}, \forall l \in \mathcal{S} \right) \Leftrightarrow \left( 0 \leq z_l \leq z_l^{max}, \forall l \in \mathcal{S} \right),$$

gdzie  $z_l^{max} = p_l^{max}/M_{e(l)}$  oznacza maksymalną liczbę niepodzielnych jednostek przepustowości oferowanych na sprzedaż w ramach  $l$ -tej oferty sprzedaży.

Analogiczna zależność zachodzi dla ograniczenia (3):

$$\left( 0 \leq d_m \leq d_m^{max}, \forall m \in \mathcal{B} \right) \Leftrightarrow \left( 0 \leq M_{d(m)} z_m \leq d_m^{max}, \forall m \in \mathcal{B} \right) \Leftrightarrow \left( 0 \leq z_m \leq z_m^{max}, \forall m \in \mathcal{B} \right),$$

gdzie  $z_m^{max} = d_m^{max}/M_{d(m)}$  oznacza maksymalną liczbę niepodzielnych jednostek przepustowości, jaka może zostać zakupiona w ramach  $m$ -tej oferty kupna.

Ponadto pozostałe wyrażenia, w których występują zmienne  $p_l$  oraz  $d_m$  można zapisać w sposób następujący:

$$\begin{aligned} \sum_{l \in \mathcal{S}(e)} p_l &= \sum_{l \in \mathcal{S}(e)} M_e z_l, \quad \forall e \in E \\ \sum_{m \in \mathcal{B}(d)} d_m &= \sum_{m \in \mathcal{B}(d)} M_d z_m, \quad \forall d \in D \\ \sum_{l \in \mathcal{S}} S_l p_l &= \sum_{l \in \mathcal{S}} S_l M_{e(l)} z_l = \sum_{l \in \mathcal{S}} \bar{S}_l z_l \\ \sum_{m \in \mathcal{B}} E_m d_m &= \sum_{m \in \mathcal{B}} E_m M_{d(m)} z_m = \sum_{m \in \mathcal{B}} \bar{E}_m z_m, \end{aligned}$$

gdzie  $\bar{S}_l = S_l M_{e(l)}$  oznacza cenę ofertową  $l$ -tej oferty sprzedaży za jedną niepodzielną jednostkę przepustowości, a  $\bar{E}_m = E_m M_{d(m)}$  oznacza cenę ofertową  $m$ -tej oferty kupna za jedną niepodzielną jednostkę przepustowości.

W ten sposób uzyskujemy ostateczną postać zadania programowania mieszanego dla mechanizmu BACBR-I:

$$\hat{Q} = \max \left( \sum_{m \in \mathcal{B}} \bar{E}_m z_m - \sum_{l \in \mathcal{S}} \bar{S}_l z_l \right) \quad (1)$$

$$0 \leq z_l \leq z_l^{max}, \quad \forall l \in \mathcal{S} \quad (2)$$

$$0 \leq z_m \leq z_m^{max}, \quad \forall m \in \mathcal{B} \quad (3)$$

$$\sum_{d \in D} x_{ed} \leq \sum_{l \in \mathcal{S}(e)} M_e z_l, \quad \forall e \in E \quad (4)$$

$$0 \leq x_{ed}, \quad \forall e \in E, \forall d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{e \in E} a_{ve} x_{ed} = \begin{cases} \sum_{m \in B(d)} M_d z_m & v = s_d \\ 0 & v \neq s_d, t_d \\ -\sum_{m \in B(d)} M_d z_m & v = t_d \end{cases}, \quad \forall v \in V, \forall d \in D \quad (6)$$

$$z_l \in \mathbb{Z}, \quad \forall l \in S \quad (7)$$

$$z_m \in \mathbb{Z}, \quad \forall m \in B \quad (8)$$

W przypadku, gdy zbiory  $\mathcal{S}(e)$  i  $\mathcal{B}(d)$  są jednoelementowe, model BACBR sprowadza się do modelu BCBT, a model BACBR-I do modelu BCBT-I.

### 3. Badanie efektywności obliczeniowej

W celu zbadania wpływu agregacji ofert na efektywność obliczeniową mechanizmów alokacji opartych na modelu obrotu wielotowarowego, rozważono trzy sieci telekomunikacyjne pochodzące z biblioteki przykładów SNDlib: *sun*, *janos-us*, *giul39*. Te sieci, jak również inne zasoby biblioteki SNDlib, są dostępne na witrynie internetowej [9]. Biblioteka SNDlib została wprawdzie opracowana na potrzeby problemu projektowania sieci, ale znajdujące się w niej dane o sieciach okazały się bardzo użyteczne przy tworzeniu przykładów dla problemu alokacji przepustowości na rynku zasobów transportowych sieci. Przykłady z biblioteki SNDlib dostarczają bowiem nie tylko dane o topologii sieci, ale również dane dotyczące zapotrzebowań na przepustowość pomiędzy parami węzłów. Informacja o liczbie węzłów, łączy i zapotrzebowań dla rozważanych sieci została zamieszczona w tabeli 1.

Sieć	Węzły	Łącza	Zapotrzebowania
<i>sun</i>	27	102	67
<i>janos-us</i>	26	84	650
<i>giul39</i>	39	172	1471

Tabela 1: Dane dotyczące rozmiaru rozważanych sieci

Oprócz podania struktury sieci oraz towarów w postaci łączy i zapotrzebowań, przykłady dla problemu alokacji przepustowości wymagają określenia ofert sprzedaży i kupna. Przy generowaniu ofert również pomocne okazały się dane o sieci z biblioteki SNDlib, takie jak: przepustowość łączy, wielkość zapotrzebowań oraz położenie węzłów. Oferty były bowiem generowane w taki sposób, aby: (a) sumaryczna ilość przepustowości oferowana na tym samym łączy lub zapotrzebowaniu była proporcjonalna (zgodnie z jednym określonym współczynnikiem proporcjonalności dla wszystkich łączy i zapotrzebowań) do odpowiednio przepustowości łączy lub wielkości zapotrzebowania określonego w SNDlib, (b) ceny ofert dotyczące danego łączy lub zapotrzebowania były proporcjonalnie do odległości pomiędzy odpowiednimi węzłami, które wyznaczano na podstawie ich położenia określonego w SNDlib. Dla każdej z sieci wygenerowano trzy zestawy ofert, w których średnia liczba ofert przypadająca na łączy lub zapotrzebowanie jest odpowiednio równa: 2, 4 i 6. W sumie zatem opracowano 9 przykładów problemu alokacji przepustowości. Wszystkie te przykłady zostały zapisane w formacie  $M^3$  [7], którego zastosowanie dla rynku przepustowości zostało omówione w [5].

Dla każdej sieci i każdego zestawu ofert z nią związanego rozważono dwa problemy alokacji przepustowości: problem ciągły, w którym przyjęto iż zasoby sieciowe są całkowicie podzielne oraz problem dyskretny, w którym przyjęto iż wszystkie łączy są dostępne w modułach o rozmiarze 155 Mbps, a wszystkie zapotrzebowania mają być realizowane jako wielokrotność modułu o rozmiarze 620 Mbps. W celu rozwiązania problemu ciągłego zostały zastosowane mechanizmy BCBT oraz BACBR. Do rozwiązania problemu dyskretnego wykorzystano modele BCBT-I oraz BACBR-I.

<b>Sieć sun</b>				
<b>Oferty</b>	<b>BCBT i BCBT-I</b>		<b>BACBR i BACBR-I</b>	
	zmienne	ograniczenia	zmienne	ograniczenia
2	26909	4359	7169	2581
4	112199	9167	7515	3273
6	255439	13776	7864	3971
<b>Sieć janos-us</b>				
<b>Oferty</b>	<b>BCBT i BCBT-I</b>		<b>BACBR i BACBR-I</b>	
	zmienne	ograniczenia	zmienne	ograniczenia
2	213807	36531	56052	19888
4	909446	75668	57606	22996
6	1962416	111148	59016	25816
<b>Sieć giul39</b>				
<b>Oferty</b>	<b>BCBT i BCBT-I</b>		<b>BACBR i BACBR-I</b>	
	zmienne	ograniczenia	zmienne	ograniczenia
2	972808	121448	256280	64077
4	4161829	242753	259589	70695
6	9191375	364052	262858	77233

Tabela 2: Liczba zmiennych i ograniczeń w przypadku poszczególnych mechanizmów alokacji dla rozważanych sieci w zależności od średniej liczby ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie

Każdy z rozważanych mechanizmów dokonuje alokacji przepustowości poprzez rozwiązanie odpowiedniego zadania programowania liniowego lub mieszanego. Liczba zmiennych i ograniczeń takiego zadania dla rozważanych sieci i poszczególnych mechanizmów w zależności od średniej liczby ofert złożonych na dane łącze lub zapotrzebowanie została zaprezentowana w tabeli 2. Jak można zauważyć, dla modeli podstawowych dwukrotne zwiększenie średniej liczby ofert na łącze lub zapotrzebowanie powoduje czterokrotne zwiększenie liczby zmiennych, zaś trzykrotne zwiększenie średniej liczby ofert skutkuje dziewięciokrotnie większą liczbą zmiennych. W przypadku modeli zagregowanych liczba zmiennych wzrasta nieznacznie w stosunku do średniej liczby ofert, a im większa jest sieć, tym ten wzrost staje się procentowo mniejszy. Podobnie jest w przypadku liczby ograniczeń. Dla modeli podstawowych liczba ograniczeń ulega podwojeniu (potrojeniu) gdy średnia liczba ofert wzrośnie dwukrotnie (trzykrotnie). Wraz ze zwiększaniem się średniej liczby ofert, liczba ograniczeń dla modeli zagregowanych zwiększa się nieznacznie, chociaż wzrost ten jest dwukrotnie większy niż wzrost odnotowany dla liczby zmiennych (w modelu zagregowanym złożenie jednej oferty powoduje dodanie jednej zmiennej i dwóch ograniczeń (2) i (3) ).

Dla zadań programowania mieszanego formułowanych przez mechanizmy BCBT-I i BACBR-I w tabeli 3 podano liczbę zmiennych dyskretnych w zależności od sieci i średniej liczby ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie. Ta liczba jest taka sama w przypadku obu mechanizmów ze względu na charakter stosowanej agregacji.

Zadania optymalizacji zdefiniowane przez poszczególne mechanizmy alokacji przepustowości zostały rozwiązane za pomocą pakietu CPLEX 9.1 na maszynie z procesorem Intel Core2 Duo T8100 2,1GHz, pamięcią operacyjną 3GB i 32-bitowym systemem operacyjnym Microsoft Windows Vista. Uzyskane średnie czasy wyznaczania alokacji zostały zamieszczone w tabeli 4. Dla sieci *janos-us* w przypadku średniej liczby ofert złożonych na dane łącze lub zapotrzebowanie równej

Oferty	<i>sun</i>	<i>janos-us</i>	<i>giul39</i>
2	335	1452	3268
4	681	3006	6577
6	1030	4416	9846

Tabela 3: Liczba zmiennych dyskretnych w zadaniach programowania mieszanego formułowanych przez mechanizmy BCBT-I i BACBR-I w zależności od sieci i średniej liczby ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie

Sieć <i>sun</i>				
Oferty	BCBT	BACBR	BCBT-I	BACBR-I
2	1,03	0,48	21,71	3,5
4	4,12	0,41	59,12	1,01
6	35,48	0,64	269,79	1,18
Sieć <i>janos-us</i>				
Oferty	BCBT	BACBR	BCBT-I	BACBR-I
2	86,31	9,42	1529,57	80,7
4	958,08	11,32	> 3 godziny	143,07
6	3596,99	14,24	> 3 godziny	120,29
Sieć <i>giul39</i>				
Oferty	BCBT	BACBR	BCBT-I	BACBR-I
2	1202,01	209,83	7933,36	924,83
4	10357,76	306,86	-	1800,66
6	-	368,66	-	5394,21

Tabela 4: Średni czas wyznaczania alokacji przepustowości (w sekundach) przez poszczególne mechanizmy dla rozważanych sieci w zależności od średniej liczby ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie

4 i 6, mechanizm BCBT-I nie wyznaczył optymalnego rozwiązania po 3 godzinach trwania obliczeń. Dla sieci *giul39* ze średnio czterema ofertami przypadającymi na jedno łącze lub zapotrzebowanie rozwiązanie zadania sformułowanego dla mechanizmu BCBT-I okazało się niemożliwe, ze względu na zbyt małą ilość dostępnej pamięci operacyjnej. Dla tej samej sieci, ale dla średnio sześciu ofert, ograniczenia pamięci operacyjnej maszyny testowej uniemożliwiły w przypadku modeli podstawowych BCBT i BCBT-I wygenerowanie danych wejściowych dla pakietu CPLEX i tym samym rozwiązanie problemu alokacji przepustowości.

Uzyskane wyniki pokazują, że agregacja pozwala znacząco poprawić efektywność obliczeniową mechanizmów alokacji przepustowości. Dla zagregowanego modelu BACBR czas wyznaczania optymalnej alokacji nieznacznie wzrasta wraz ze zwiększaniem się średniej liczby ofert przypadających na dane łącze lub zapotrzebowanie. Mechanizm BCBT, który nie dokonuje agregacji ofert, potrzebuje na rozwiązanie tego samego problemu ciągłego znacznie więcej czasu – zwłaszcza dla większych sieci z dużą liczbą ofert. W szczególności dla sieci *giul39* i średnio sześcioma ofertami przypadającymi na łącze lub zapotrzebowanie na maszynie, na której przeprowadzono badania, nie było możliwe wyznaczenie alokacji przepustowości, podczas gdy zagregowany model wyznaczył ją w 6 minut. W przypadku problemu dyskretnego agregacja również pozwala zmniejszyć czas

obliczeń potrzebnych do uzyskania optymalnej alokacji. Dla dwóch mniejszych sieci *sun* i *janos-us* wzrost średniej liczby ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie nie oznaczał wcale wzrostu czasu wyznaczania optymalnej alokacji. W przypadku mechanizmu BCBT-I czas wyznaczania optymalnej alokacji dla tych sieci znacznie wzrastał wraz ze wzrostem liczby ofert. W przypadku sieci *janos-us* i średniej liczby ofert większej od dwóch, mechanizm ten nie uzyskał rozwiązania po 3 godzinach trwania obliczeń. Wyniki uzyskane dla największej sieci *giul39* pokazują, że problem dyskretny jest rzeczywiście bardzo trudny, a agregacja ofert pozwala tylko w pewnym stopniu poprawić efektywność obliczeniową. Wyznaczanie rozwiązania przez mechanizm BACBR-I dla przypadku sześciu ofert przypadających na łącze lub zapotrzebowanie trwało dłużej niż godzinę. Ten wynik być może nie jest zadowalający, ale na pewno nie neguje znaczących korzyści, jakie daje agregacja. Dla porównania, model BCBT-I już w przypadku średnio czterech ofert nie mógł być zastosowany na maszynie testowej do wyznaczenia alokacji ze względu na brak odpowiedniej ilości pamięci operacyjnej.

#### 4. Podsumowanie

Omówione w ramach tej pracy badania pozwalają stwierdzić znaczący wpływ agregacji ofert na poprawę efektywności obliczeniowej mechanizmów alokacji przepustowości opartych na modelu obrotu wielotowarowego. Dzięki wykorzystaniu agregacji, zarówno dla problemu ciągłego jak i dyskretnego czas wyznaczania optymalnej alokacji może być w niektórych sytuacjach nawet o rząd wielkości mniejszy. Agregacja prowadzi do zmniejszenia rozmiaru rozwiązywanego zadania optymalizacji. Dla dużych sieci z wieloma ofertami przypadającymi na dane łącze lub zapotrzebowanie, rozwiązanie zadania przydziału przepustowości bez agregacji ofert może być niemożliwe ze względu na ograniczenia pamięci operacyjnej. Wówczas zastosowanie agregacji jest niezbędne, aby uzyskać optymalną alokację przepustowości dla tak dużego problemu. Należy jednak pamiętać, iż mechanizmy wykorzystujące agregację wyznaczają jedynie wielkość realizacji poszczególnych ofert. Natomiast nie dostarczają one informacji o tym, jak dane oferty kupna są realizowane, tzn. na których łączach nabywca otrzymuje przepustowość. Aby uzyskać konkretne skojarzenia ofert kupna i sprzedaży konieczne jest rozwiązanie zadania dezagregacji.

#### Podziękowania

Praca została częściowo finansowana w ramach projektu PBZ-MNiSW-02/II/2007.

#### Literatura

1. C. Courcoubetis, M.P. Dramitinos, G.D. Stamoulis, *An auction mechanism for bandwidth allocation over paths*, International Teletraffic Congress, pp. 1163–1174, 2001.
2. A. Iselt, A. Kirstadter, R. Chahine, *Bandwidth trading - a business case for ASON?*, Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium, NETWORKS 2004, pp. 63–68, 2004.
3. R. Jain, P. Varaiya, *Efficient market mechanisms for network resource allocation*, 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005, 2005.
4. R. Jain, J. Walrand, *An efficient mechanism for network bandwidth auction*, Network Operations and Management Symposium Workshops, 2008, pp. 227–234, 2008.
5. P. Kacprzak, M. Kaleta, P. Pałka, K. Smolira, E. Toczyłowski, T. Traczyk, *Application of open multi-commodity market data model on the communication bandwidth market*, Journal of Telecommunication and Information Technology, 2007.

6. K. Kołtyś, P. Pałka, E. Toczyłowski, I. Żółtowska, *Multi-commodity auction model for indivisible network resource allocation*, Journal of Telecommunication and Information Technology, 2008.
7. Open M3 website, <http://www.openm3.org>.
8. P. Pałka, K. Kołtyś, E. Toczyłowski, I. Żółtowska, *Model for balancing aggregated communication bandwidth resources*, Journal of Telecommunication and Information Technology, 2009.
9. Survivable network design library website, <http://sndlib.zib.de>.
10. W. Stańczuk, J. Lubacz, E. Toczyłowski, *Trading links and paths on a communication bandwidth markets*, Journal of Universal Computer Science, 2008.
11. E. Toczyłowski, *Optymalizacja procesów rynkowych przy ograniczeniach*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2003.